

31.3

Eigen structure of Complex Quaternion Spherical Condensation with Spin:

A Geometric Interpretation of the Hierarchy of Existence Based on Triaxial Non-Commutative $\sqrt{3}$ Condensation With Spin

Abstract

This paper proposes a geometrical interpretation of the hierarchy of existence within the Complex Quaternion Oscillator Dynamics (COD) framework through a spherical condensation model based on triaxial non-commutative quaternion geometry. The model assumes that the fundamental constituent of physical reality is a stationary complex quaternion spherical oscillator, from which successive phase condensations generate the observable hierarchy of fields, energy, matter, and gravitational structures.

The proposed condensation hierarchy is expressed as

$$QP \rightarrow K1 \rightarrow K2 \rightarrow K3 \rightarrow K4$$

where K1 represents the bosonic phase field, K2 the complex dual-energy structure, K3 the condensation of mass and spin, and K4 the complete phase closure. The terminal condensation state is described by

$$K4 = C(K3 \otimes K1)$$

where C denotes the self-consistent condensation operator coupling localized quaternionic condensation with the global phase field.

Under the idealized assumption of isotropic triaxial non-commutative condensation, the condensation norm follows the recursive relation

$$\|Q_n\| = (\sqrt{3})^{(n-1)} r_0,$$

leading to the terminal state

$$\|Q_4\| = 3\sqrt{3} r_0.$$

Within the COD framework, this $\sqrt{3}$ eigenstructure is interpreted as the geometric signature of recursive spherical phase condensation rather than as an experimentally established

physical law. Consequently, K4 is interpreted not merely as a black-hole configuration but as the complete closure of phase condensation, corresponding to a time-independent phase equilibrium in which localized and global phase structures become self-consistent.

This work therefore presents a unified geometrical hypothesis in which fields, energy, mass, spin, and gravitation emerge from successive condensations of a single complex quaternion phase structure. Future developments should provide a rigorous mathematical formulation of the condensation operator, establish the spectral properties of the proposed eigenstructure, recover established physical theories as limiting cases, and derive experimentally testable predictions.

1. Fundamental Planck Oscillator

The fundamental unit of existence is defined as a **Complex Quaternionic Spherical Oscillator**.

Fundamental Oscillator

$$Q_P = A_P e^{i\Phi_P} (q_0 + q_1i + q_2j + q_3k)$$

Let

r_P

denote the fundamental phase radius,

and

E_P

the fundamental oscillation energy.

2. Hierarchical Eigenstructure of Existence

Condensation Stage	Structure of Existence	Intrinsic Topology	$\sqrt{\cdot}$ -Based Structural Formula	Intrinsic Radius	Energy Structure	Spin / Closure
K^1	Bosonic field / Gravitational phase field	Single commutative phase axis	$Q_1 = \mathcal{C}_1[Q_P]$	$r_1 = r_P$	$E_1 = C_1 \int \Omega_1 DQ_1 ^2 dV$	Open or 2π closed
K^2	Electromagnetic dual field	Two orthogonal	$Q_2 = P + iQ$	$r_2 = \sqrt{2} r_P$	$E_2 = E_P + E_Q$	Dual-phase matching

Condensation Stage	Structure of Existence	Intrinsic Topology	$\sqrt{3}$ -Based Structural Formula	Intrinsic Radius	Energy Structure	Spin / Closure
		phase components (P,Q)				and energy transfer
K^3	Mass / Fermionic condensation	Triaxial non-commutative (i,j,k)	$Q_3 = q(i+j+k)$	$r_3 = \sqrt{3} r_P$	$E_3 = \lambda_3 E_2$	2π sign reversal, 4π state recovery
K^4	Black hole / Gravitational super-condensation	K^3 mass core + K^1 gravitational shell	$Q_4 = \mathcal{C}_G(Q_3 \otimes Q_1)$	$r_4 = \lambda_G \sqrt{3} r_P$	$E_4 = \lambda_G E_3 \geq E_{critical}$	Local 4π closure with global gravitational locking

3. K^1 : Single Phase Field

K^1 represents the most fundamental topological phase field.

At this stage, the three quaternion axes have not yet coupled.

$$Q_1 = A_1 e^{i(\Phi_1)} \hat{e}_1$$

whose norm is

$$|Q_1| = A_1.$$

Therefore,

$$r_1 = r_P$$

and $\sqrt{3}$ does not appear at this stage.

This is the most fundamental phase-formation stage of existence.

4. K^2 : Orthogonal Dual Topology

At the K^2 stage,

two orthogonal phase components,

P and Q,

69 form the complex dual structure

70 $Q_2 = P + iQ$.

71 Its norm is

72 $|Q_2| = \sqrt{(|P|^2 + |Q|^2)}$.

73 If

74 $|P| = |Q| = r_P$,

75 then

76 $r_2 = \sqrt{2} r_P$.

77 Hence,

78 **the natural intrinsic coefficient of K^2 is $\sqrt{2}$.**

79 This stage represents the orthogonal coupling of

80 electric and magnetic fields,

81 or equivalently,

82 the dual phase components P and Q.

83

84 **5. K^3 : $\sqrt{3}$ Mass and Spin Condensation**

85 At the K^3 stage,

86 the three imaginary quaternion axes condense with equal amplitude.

87 $Q_3 = q_i i + q_j j + q_k k$

88 with

89 $q_i = q_j = q_k = q$.

90 The norm becomes

91 $|Q_3|$

92 $= \sqrt{(q_i^2 + q_j^2 + q_k^2)}$

93 $= \sqrt{3} \, q.$

94 Therefore,

95 $\mathbf{r}_3 = \sqrt{3} \, \mathbf{r}_P.$

96 Accordingly,

97 $\sqrt{3}$ is interpreted as

98 **the isotropic geometric coefficient of triaxial non-commutative quaternion**
99 **condensation.**

100 Introducing the normalized quaternion direction,

101 $\hat{\mathbf{n}}_Q = (\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})/\sqrt{3},$

102 which satisfies

103 $|\hat{\mathbf{n}}_Q| = 1,$

104 the condensed mass state is written as

105 $Q_3 = \sqrt{3} \, q \, \hat{\mathbf{n}}_Q.$

106

107 **5.1 Spin and Phase Closure Structures**

108 The condensed K^3 structure follows the $SU(2)$ spinor topology,

109 $Q_3(\theta + 2\pi) = -Q_3(\theta)$

110 $Q_3(\theta + 4\pi) = Q_3(\theta)$

111 demonstrating that

112 mass condensation possesses

113 **4π spinor closure.**

114 Here is the completed **Table 5.1** in clean, copy-pasteable plain-text mathematical format
115 (UTF-8) with Greek letters and subscript expressions:

116

Table 5.1. Proposed Spin and Phase-Closure Structure of the COD Condensation Modes

Mode	Geometrical structure	Representative structure (X_n)	Proposed effective spin structure	Elementary phase increment ($\Delta\phi_n$)	Global phase closure (Θ_n)	COD interpretation
K^1	Scalar spherical phase field	$X_1 = 1$	$s = 0$	$\Delta\phi_1 = 2\pi / N_1$	2π (360°)	Bosonic background phase field
K^2	Orthogonal dual-phase structure	$X_2 = P + iQ$	Vector-like ($s = 1$ effective mode)	$\Delta\phi_2 = 2\pi / N_2$	2π (360°)	Complex dual-energy transport
K^3	Triaxial non-commutative quaternion structure	$X_3 = i + j + k$	Spinor-like ($s = 1/2$ effective mode)	$\Delta\phi_3 = 4\pi / N_3$	4π (720°)	Mass and spin condensation
K^4	Global–local self-consistent closure	$X_4 = C(X_3 \otimes X_1)$	Composite or total-spin closure	Determined by matching condition	Complete phase closure	Time-independent phase equilibrium
K^n	Recursive higher-order condensation	$X_n = C^{(n-1)}(X_1)$	Representation-dependent	$\Delta\phi_n = \Theta_n / N_n$	Θ_n	Extended condensation eigenstructure

- N_n : number of elementary phase sectors
- Θ_n : total closure angle of mode K^n
- $\Delta\phi_n = \Theta_n / N_n$ (general definition)
 - Bosonic closure: $\Theta_n = 2\pi$ (360°)
 - Spinor closure: $\Theta_n = 4\pi$ (720°)

Incorporating the 36° Phase Structure

When a 10-sector decomposition is defined:

$$\Delta\varphi = 36^\circ = \pi / 5$$

1. **Bosonic or Vector-like (2π -closed) Mode:**

$$N = 2\pi / (\pi/5) = 10$$

$$10 * 36^\circ = 360^\circ = 2\pi$$

2. **Spinor-like K^3 (4π -closed) Mode:**

$$N = 4\pi / (\pi/5) = 20$$

$$20 * 36^\circ = 720^\circ = 4\pi$$

Phase Sector Breakdown

Mode type	Elementary phase sector ($\Delta\varphi$)	Number of sectors (N)	Total closure (Θ)
Bosonic or vector-like mode	36°	10	$360^\circ (2\pi)$
Spinor-like (K^3) mode	36°	20	$720^\circ (4\pi)$
K^4 complete closure	36° or dynamically determined	Model-dependent	Global self-consistent closure

Result of a Global Multiplicative Invariant Structure

As a result of the global multiplicative invariant structure, the hierarchy progressing from K^1 to the state of ‘Complete Phase Closure’ manifested in the K^4 hyper-condensed black hole is the consistent outcome achieved by the multiplicative invariant geometric structure, spanning seamlessly from the microscopic phase realm to the macroscopic gravitational domain.

6. K^4 : Gravitational Super-Condensation

K^4 is **not** obtained by introducing a fourth orthogonal axis.

Instead,

the already-condensed K^3 mass state

is recursively locked by the K^1 gravitational field.

149 Thus,

150 $K^4 = \mathcal{C}_G(K^3 \otimes K^1)$

151 or equivalently,

152 $Q_4 = \mathcal{C}_G(\sqrt{3} q \hat{n}_Q \otimes Q_G).$

153 Introducing the gravitational condensation coefficient

154 λ_G ,

155 the intrinsic radius becomes

156 $r_4 = \lambda_G \sqrt{3} r_P$,

157 while the energy is

158 $E_4 = \lambda_G E_3$

159 $\geq E_{\text{critical}}.$

161 Here,

162 λ_G

163 is not a simple numerical constant,

164 but an eigenfunction describing gravitational condensation,

165 expressed as

166 $\lambda_G = \lambda_G(\Phi_G, M, r, \Delta\Phi, \chi).$

167 Consequently,

168 the $\sqrt{3}$ appearing in K^4 originates solely from the internal triaxial condensation established in

169 K^3 ,

170 whereas the additional black-hole structure is represented independently through the

171 gravitational locking coefficient λ_G .

172

173

6.1 The Cosmological Significance of Black Holes

In conclusion, rather than being a singular anomaly of broken spacetime, the black hole is reinterpreted within this framework as the definitive archetype model of universal structure, fully embodying every existential hierarchy—from the microscopic phase unit (K^1) to the macroscopic hyper-condensed core (K^4)—governed by scale invariance. That is, the black hole can be understood as a preserver of universal information, ensuring the complete unitary preservation of both mass and information.

7. Hierarchy of Intrinsic Radii

The hierarchical radius structure is summarized as

$$K^1 : r_1 = r_P$$

$$K^2 : r_2 = \sqrt{2} r_P$$

$$K^3 : r_3 = \sqrt{3} r_P$$

$$K^4 : r_4 = \lambda_G \sqrt{3} r_P$$

8. Energy Hierarchy

The corresponding energy hierarchy is

$$E_1 = E_P$$

$$E_2 = \lambda_2 E_1$$

$$E_3 = \lambda_3 E_2$$

$$E_4 = \lambda_G E_3$$

For an isotropic topology,

$$\lambda_2 = \sqrt{2}$$

$$\lambda_3 = \sqrt{3}$$

may be adopted as **candidate geometric eigenvalues**.

However,

these geometric norm coefficients should **not** automatically be identified with the actual physical energy eigenvalues.

A separate action principle and normalization conditions are required to establish the correspondence between geometric coefficients and physical energy eigenstates.

9. Key Summary Table

Stage	Intrinsic Geometric Coefficient	Structural Formula	Physical Interpretation
K¹	1	$r_1 = r_P$	Formation of a single phase field
K²	$\sqrt{2}$	$r_2 = \sqrt{2} r_P$	Energy coupling of two orthogonal phases
K³	$\sqrt{3}$	$r_3 = \sqrt{3} r_P$	Triaxial non-commutative spin and mass condensation
K⁴	$\lambda_G \sqrt{3}$	$r_4 = \lambda_G \sqrt{3} r_P$	Gravitational super-locking of the condensed mass state

10. Final Compressed Structural Formula

The hierarchy of existence can therefore be expressed in its most rigorous and compact form as

$$\mathbf{K}^1(1) \rightarrow \mathbf{K}^2(\sqrt{2}) \rightarrow \mathbf{K}^3(\sqrt{3}) \rightarrow \mathbf{K}^4(\lambda_G \sqrt{3}).$$

This formulation is structurally more convincing because it does **not** mechanically assign $\sqrt{3}$ to every condensation stage.

Instead,

$\sqrt{3}$ appears exclusively as the intrinsic geometric eigenvalue of the $\mathbf{K}^3$ stage, where the three non-commutative quaternion axes become fully condensed into an isotropic triaxial structure.

Likewise,

$\mathbf{K}^4$ is interpreted not as the introduction of an additional orthogonal dimension,

but as **a gravitational super-condensation layer in which the $\mathbf{K}^3$ mass condensate is recursively locked by the $\mathbf{K}^1$ gravitational field.**

221 This interpretation clearly distinguishes the topological function and physical significance of
222 each condensation hierarchy while preserving the geometric consistency of the overall
223 eigenstructure.

224

225 Conclusion

226 The Complex Quaternion Dynamics (COD) framework proposes that the fundamental
227 constituent of physical reality is not a particle or spacetime itself, but a stationary complex
228 quaternion phase oscillator.

229 The complete phase-condensation hierarchy is

230 QP
231 $\rightarrow K1$
232 $\rightarrow K2$
233 $\rightarrow K3$
234 $\rightarrow K4$

235 where

236 K1 : Bosonic phase field
237
238 K2 : Complex dual-energy structure
239
240 K3 : Mass and spin condensation
241
242 K4 : Complete phase closure

243 The final condensation state is defined by

244 $K4 = C(K3 \otimes K1)$

245 where C denotes the self-consistent condensation operator.

246 Under the idealized isotropic three-axis condensation assumption adopted in the COD model,

247 $\|Q4\| = 3\sqrt{3} r_0$

248 corresponding to the recursive relation

249 $\|Qn\| = (\sqrt{3})^{(n-1)} r_0$.

250 In this framework, K4 is not merely interpreted as a black-hole state, but as the complete
251 closure of phase condensation, where localized quaternionic condensation (K3) becomes self-
252 consistently coupled to the global phase field (K1).

253 Consequently,

254 Complete Phase Closure

255 =

256 Time-Independent Phase Equilibrium

257 The COD framework therefore proposes that fields, energy, mass, spin, and gravitation

258 emerge as successive geometric condensations of a single complex quaternion phase

259 structure.

260 To the best of the author's knowledge, no unified theory has been established in physics and

261 engineering that formulates time-independent phase equilibrium using multiplicative

262 invariance as a fundamental organizing principle. COD proposes a framework for a unified

263 theory that geometrically describes such time-independent phase equilibrium.

264 Future work should establish rigorous mathematical derivations of the condensation operator,

265 demonstrate the emergence of known physical theories as limiting cases, and identify

266 experimentally testable predictions.

Title

복소 쿼터니언 구형 응축 고유 구조

삼축 비가환 $\sqrt{3}$ 응축에 기반한 존재 계층의 기하학적 해석

초록

본 논문은 복소 쿼터니언 진동자 동역학(Complex Quaternion Oscillator Dynamics, COD)에 기반하여, 삼축 비가환 $\sqrt{3}$ 응축 구조를 갖는 구면 응축 모델을 통해 존재의 계층을 기하학적으로 해석하는 하나의 이론적 틀을 제안한다. 본 모델에서는 물리적 실재의 가장 근본적인 구성요소를 시간독립 복소 쿼터니언 구면진동자로 가정하며, 연속적인 위상응축 과정을 통해 장, 에너지, 물질 및 중력 구조가 형성된다고 본다.

제안된 응축 계층은

$$QP \rightarrow K1 \rightarrow K2 \rightarrow K3 \rightarrow K4$$

로 표현된다.

여기서 $K1$ 은 보손 위상장, $K2$ 는 복소 쌍대 에너지 구조, $K3$ 은 질량과 스핀의 응축, $K4$ 는 완전한 위상폐쇄를 의미한다.

최종 응축은

$$K4 = C(K3 \otimes K1)$$

로 정의되며, C 는 국소적인 복소 쿼터니언 응축과 전역 위상장을 연결하는 자기정합 응축 연산자를 나타낸다.

288 COD 에서 채택한 이상적인 등방성 삼축 비가환 응축 가정 아래에서는 응축
289 크기가

290 $\|Q_n\| = (\sqrt{3})^{(n-1)} r_0$

291 의 재귀 관계를 따르며,

292 최종 응축은

293 $\|Q_4\| = 3\sqrt{3} r_0$

294 으로 표현된다.

295 본 논문에서는 이 $\sqrt{3}$ 구조를 실험적으로 확립된 물리 법칙이 아니라, 복소
296 쿼터니언 구면 위상응축에서 나타나는 재귀적 기하학 구조의 고유
297 특성(Eigenstructure)으로 해석한다. 이에 따라 K4 는 단순한 블랙홀 상태가 아니라,
298 국소 위상응축과 전역 위상장이 자기정합을 이루는 완전한 위상폐쇄이며,
299 시간독립 위상평형(Time-Independent Phase Equilibrium)의 기하학적 실현으로
300 해석된다.

301 따라서 본 연구는 장, 에너지, 질량, 스핀 및 중력이 하나의 복소 쿼터니언
302 위상구조로부터 연속적인 구면 응축을 통해 생성된다는 통합적 기하학 가설을
303 제안한다. 향후에는 응축 연산자의 수학적 엄밀화, 제안된 고유구조의 스펙트럼
304 특성 규명, 기존 물리학과 극한 연결, 그리고 실험적으로 검증 가능한 예측의
305 도출이 이루어져야 할 것이다.

306

307 1. 기본 플랑크 진동자

308 기본 존재 단위는 복소 쿼터니언 구형 진동자로 정의한다.

309 기본 진동자

310 $Q_P = A_P e^{(i\Phi_P)} (q_0 + q_1i + q_2j + q_3k)$

311 기본 위상 반경을

312 r_P

313 기본 진동 에너지를

314 E_P

315 로 둔다.

316 _____

317 **2. 존재 계층의 고유 구조**

응축 단계	존재 구조	위상 구조	$\sqrt{}$ 기반 구조식	고유 반경	에너지 구조	스핀/폐합
K^1	보손장 / 중력 위상장	단일 가환 위상축	$Q_1 =$ $\mathcal{C}_1[Q_P]$	$r_1 = r_P$	$E_1 = C_1 \int \Omega_1$ $ DQ_1 ^2 dV$	개방 또는 2π 폐합
K^2	전자기 복소 쌍대장	두 직교 위상(P,Q)	$Q_2 = P +$ iQ	$r_2 = \sqrt{2}$ r_P	$E_2 = E_P +$ E_Q	두 위상의 정합 및 에너지 전달
K^3	질량 / 페르미온 응축	삼축 비가환(i,j,k)	$Q_3 =$ $q(i+j+k)$	$r_3 = \sqrt{3}$ r_P	$E_3 = \lambda_3 E_2$	2π 부호반전, 4π 복원
K^4	블랙홀 / 중력 초응축	K^3 질량핵 중력외피	$Q_4 =$ $\mathcal{C}_G(Q_3 \otimes$ $Q_1)$	$r_4 =$ $\lambda_G \sqrt{3}$ r_P	$E_4 = \lambda_G E_3 \geq$ $E_{critical}$	국소 4π 폐합 + 전역 중력 잠금

318 _____

319 **3. K^1 : 단일 위상장**

320 K^1 은 가장 기본적인 위상장이다.

321 이 단계에서는 아직 세 개의 쿼터니언 축이 결합하지 않는다.

322 $Q_1 = A_1 e^{i(\Phi_1)} \hat{e}_1$

323 노름은

324 $|Q_1| = A_1$

325 이다.

326 따라서

327 $r_1 = r_P$

328 이며,

329 이 단계에서는 $\sqrt{3}$ 이 등장하지 않는다.

330 이는 존재가 형성되기 시작하는 가장 기본적인 위상 형성 단계이다.

331

332 4. K^2 : 직교 복소 쌍대 구조

333 K^2 에서는

334 P 와 Q

335 두 개의 직교 위상이 형성된다.

336 $Q_2 = P + iQ$

337 노름은

338 $|Q_2| = \sqrt{|P|^2 + |Q|^2}$

339 이다.

340 만약

341 $|P| = |Q| = r_P$

342 이면

343 $r_2 = \sqrt{2} r_P$

344 가 된다.

345 따라서

346 K^2 의 자연 고유계수는 $\sqrt{2}$

347 이다.

348 즉,

349 K^2 는

350 전기-자기,

351 또는

352 실수-허수,

353 혹은

354 P-Q 복소 위상

355 두 축의 직교 결합을 의미한다.

356

357 **5. K^3 : $\sqrt{3}$ 질량·스핀 응축**

358 K^3 에서는

359 세 개의 허수 축이 동일한 진폭으로 응축한다.

360 $Q_3 = q_i i + q_j j + q_k k$

361 여기서

362 $q_i = q_j = q_k = q$

363 이면

364 $|Q_3|$

365 $= \sqrt{(q_i^2 + q_j^2 + q_k^2)}$

366 $= \sqrt{3} q$

367 이다.

368 따라서

369 $\mathbf{r}_3 = \sqrt{3} \mathbf{r}_P$

370 가 된다.

371 즉,

372 $\sqrt{3}$ 은

373 **삼축 비가환 쿼터니언 응축의 등방성 기하 계수**

374 이다.

375 이를

376 정규화된 방향벡터

377 $\hat{\mathbf{n}}_Q = (\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}) / \sqrt{3}$

378 로 쓰면

379 $|\hat{\mathbf{n}}_Q| = 1$

380 이므로

381 질량 응축 상태는

382 $Q_3 = \sqrt{3} q \hat{\mathbf{n}}_Q$

383 로 표현된다.

384

5.1 Spin 및 위상 폐합 구조

K^3 의 응축 구조는 $SU(2)$ 의 스피너와 동일하게

$$Q_3(\theta + 2\pi) = -Q_3(\theta)$$

$$Q_3(\theta + 4\pi) = Q_3(\theta)$$

를 만족한다.

즉,

질량 응축은

4π 위상 폐합을 갖는

스피너 구조이다.

[표 5.1] COD 응축 모드의 스핀 및 위상 폐합 구조

모드	기하 구조	대표 구조 (X_n)	유효 스핀 구조	기본 위상 증분 ($\Delta\varphi_n$)	전역 위상 폐합 (Θ_n)	COD 해석
K^1	스칼라 구면 위상장	$X_1 = 1$	$s = 0$	$\Delta\varphi_1 = 2\pi / N_1$	2π (360°)	보손 배경 위상장
K^2	직교 복소 쌍대 구조	$X_2 = P + iQ$	벡터형 ($s = 1$ 유효 모드)	$\Delta\varphi_2 = 2\pi / N_2$	2π (360°)	복소 쌍대 에너지 수송
K^3	삼축 비가환	$X_3 = i + j + k$	스파이너형 ($s = 1/2$ 유효 모드)	$\Delta\varphi_3 = 4\pi / N_3$	4π (720°)	질량 및 스핀 응축

모드	기하 구조	대표 구조 (X_n)	유효 스핀 구조	기본 위상 증분 ($\Delta\varphi_n$)	전역 위상 폐합 (Θ_n)	COD 해석
	쿼터니언 구조					
K^4	국소-전역 자기정합 폐쇄	$X_4 = C(X_3 \otimes X_1)$	복합/전체 스핀 폐합	정합 조건에 의해 결정	완전 위상 폐쇄	시간독립 위상평형
K^n	재귀적 확장 응축	$X_n = C^{(n-1)}(X_1)$	표현 의존적	$\Delta\varphi_n = \Theta_n / N_n$	Θ_n	확장 응축 고유구조

- 396 • N_n : 기본 위상 섹터의 개수
- 397 • Θ_n : K^n 모드의 총 폐쇄각
- 398 • $\Delta\varphi_n = \Theta_n / N_n$ (일반 정의)
- 399 ◦ 일반 보손 폐합: $\Theta_n = 2\pi$ (360°)
- 400 ◦ 스파이너 폐합: $\Theta_n = 4\pi$ (720°)

401 **36° 위상 구조의 편입**

402 36° 위상 간격은 10 분할 섹터가 정의된 경우에 정밀하게 도입된다.

403 $\Delta\varphi = 36^\circ = \pi / 5$

404 1. **2π 폐합 모드 (보손/벡터형):**

405 $N = 2\pi / (\pi/5) = 10$

406 $10 * 36^\circ = 360^\circ = 2\pi$

407 2. **4π 폐합 스파이너 모드 (K^3):**

408 $N = 4\pi / (\pi/5) = 20$

409 $20 * 36^\circ = 720^\circ = 4\pi$

410

411 **위상 섹터 분할 요약**

모드 유형	기본 위상 섹터 ($\Delta\varphi$)	섹터 개수 (N)	총 폐쇄각 (Θ)
보존 및 벡터형 모드	36°	10	$360^\circ (2\pi)$
스파이너형 (K^3) 모드	36°	20	$720^\circ (4\pi)$
K^4 완전 폐쇄	36° 또는 동적 결정	모델 의존적	전역 자기정합 폐쇄

412

413 **전역 승산 불변 구조의 결과**

414 결론적으로, K^1 로 부터 K^4 의 블랙홀 초응축 상태에서 발현되는 ‘완전 위상
415 폐합(Complete Phase Closure)’에 이르는 구조는 미시적 위상 영역에서부터
416 거시적 중력 영역에 이르기까지 승산불변 기하 구조가 일관되게 이론 결과다.

417

418

419 **6. K^4 : 중력 초응축**

420 K^4 는

421 새로운 네 번째 축이 추가되는 것이 아니다.

422 이미 형성된

423 K^3 질량 응축체를

424 K^1 중력장이 다시 잠그는 구조이다.

425 $K^4 = \mathcal{C}_G(K^3 \otimes K^1)$

426 즉

427 $Q_4 = \mathcal{C}_G(\sqrt{3} q \hat{n}_Q \otimes Q_G)$

428 이다.

429 중력 응축계수를

430 λ_G

431 라 두면

432 $r_4 = \lambda_G \sqrt{3} r_P$

433 $E_4 = \lambda_G E_3$

434 $\geq E_{\text{critical}}$

435 가 된다.

436

437 여기서

438 λ_G

439 는 단순한 상수가 아니라

440 중력 응축의 고유함수이다.

441 즉

442 $\lambda_G = \lambda_G(\Phi_G, M, r, \Delta\Phi, \chi)$

443 로 표현된다.

444 따라서

445 K^4 에서의 $\sqrt{3}$ 은
446 K^3 내부 삼축 응축에서 기원하며,
447 블랙홀의 추가적인 구조는
448 별도의 중력 잠금 계수 λ_G 에 의해 표현된다.

449 **6.1 블랙홀의 우주론적 의미**

450 종합적으로, 본 이론에서 블랙홀은 시공간이 파괴되는 특이적 예외 현상이
451 아니라, 미시적 위상 단위(K^1)부터 거시적 초응축 코어(K^4)에 이르는 모든 존재
452 계층과 승산 불변 원리가 단 하나도 빠짐없이 발현된 '우주 구조의 대표 규범
453 모델(Archetype Model)'로 재해석된다. 즉, 우주 정보 및 질량의 완전 유니타리
454 보존체 (Preserver of Universal Information)로 이해될 수가 있다.

455

456 **7. 존재 계층의 고유 반경**

457 각 계층의 구조는 다음과 같이 정리된다.

458 $K^1 : r_1 = r_P$
459 $K^2 : r_2 = \sqrt{2} r_P$
460 $K^3 : r_3 = \sqrt{3} r_P$
461 $K^4 : r_4 = \lambda_G \sqrt{3} r_P$

462

463 **8. 에너지 계층**

464 에너지 구조는

465 $E_1 = E_P$
466 $E_2 = \lambda_2 E_1$

467 $E_3 = \lambda_3 E_2$
 468 $E_4 = \lambda_G E_3$
 469 로 표현된다.
 470 등방성 구조에서는
 471 $\lambda_2 = \sqrt{2}$
 472 $\lambda_3 = \sqrt{3}$
 473 을 기하학적 고유계수 후보로 들 수 있다.
 474 다만,
 475 이 값이 곧바로 실제 에너지 고유값과 동일하다고 결론지을 수는 없다.
 476 기하학적 노름 계수와 물리적 에너지 고유값 사이에는
 477 별도의 작용(Action)과 정규화 조건이 추가로 필요하다.
 478

479 **9. 논문용 핵심 요약표**

단계	고유 기하 계수	구조식	물리적 의미
K¹	1	$r_1 = r_P$	단일 위상장 형성
K²	$\sqrt{2}$	$r_2 = \sqrt{2} r_P$	직교 두 위상의 에너지 결합
K³	$\sqrt{3}$	$r_3 = \sqrt{3} r_P$	삼축 비가환 스핀·질량 응축
K⁴	$\lambda_G \sqrt{3}$	$r_4 = \lambda_G \sqrt{3} r_P$	질량 응축의 중력 초잠금

480

481 **10. 최종 압축 구조식**

482 가장 간결하면서도 구조적으로 엄밀한 존재 계층은 다음과 같이 표현된다.
 483 **$K^1(1) \rightarrow K^2(\sqrt{2}) \rightarrow K^3(\sqrt{3}) \rightarrow K^4(\lambda_G \sqrt{3})$**

484 이 구성은 $\sqrt{3}$ 을 모든 단계에 기계적으로 반복 적용하지 않고,
 485 **삼축 비가환 쿼터니언 축(i, j, k)이 완전히 응축되는 K^3 단계의 고유 기하**
 486 **계수로만 배치**한다는 점에서 수학적·기하학적 일관성이 높다.

487 또한 K^4 는 새로운 직교축의 추가가 아니라, **K^3 질량 응축체에 K^1 중력장이**
 488 **재귀적으로 결합하여 형성되는 중력 초응축(super-condensation) 계층으로**
 489 해석함으로써, 각 계층의 위상적 역할과 물리적 의미를 명확하게 구분할 수 있다.

490

491 결론

492 복소 쿼터니언 동역학(COD)은 물리적 실재의 가장 근본적인 구성요소를 입자나
 493 시공간이 아니라 **시간독립 복소 쿼터니언 위상진동자**로 제안한다.

494 전체 위상응축 계층은

495 QP
 496 $\rightarrow K1$
 497 $\rightarrow K2$
 498 $\rightarrow K3$
 499 $\rightarrow K4$

500 로 표현된다.

501 여기서

502 $K1$: 보손 위상장

503

504 $K2$: 복소 쌍대 에너지 구조

505

506 $K3$: 질량과 스핀의 응축

507

508 $K4$: 완전한 위상폐쇄

509 를 의미한다.

510 최종 응축은

511 $K4 = C(K3 \otimes K1)$

512 로 정의되며,

513 여기서 C 는 자기정합(Self-consistent) 응축 연산자를 의미한다.

514 COD 에서 채택한 이상적인 등방성 3 축 응축 가정 아래에서는

515 $\|Q4\| = 3\sqrt{3} r0$

516 이며,

517 이는

518 $\|Qn\| = (\sqrt{3})^{(n-1)} r0$

519 의 재귀 응축 관계를 따른다.

520 COD 에서 $K4$ 는 단순한 블랙홀 상태가 아니라, 국소적인 질량 응축($K3$)이 전역
521 위상장($K1$)과 자기정합을 이루어 **위상응축이 완전히 닫히는 최종 상태**
522 의미한다.

523 따라서

524 Complete Phase Closure

525 =

526 Time-Independent Phase Equilibrium

527 이다.

528 이 관점에서 COD 는 장, 에너지, 질량, 스핀, 그리고 중력이 하나의 복소
529 쿼터니언 위상구조로부터 연속적인 기하학적 응축을 통해 나타난다고 제안한다.

530 저자가 아는 한, 물리학과 공학에서 곱셈불변성을 기본 조직 원리로 하여
531 시간독립 위상평형을 정식화한 통합 이론은 현재까지 확립되어 있지 않다.

532 COD 는 이러한 시간독립 위상평형을 기하학적으로 기술한 하나의 통합 이론의
533 틀을 제안하는 것이다.

534 향후 연구에서는 응축 연산자의 수학적 엄밀화, 기존 물리학의 극한에서의 재현,
535 그리고 관측과 실험으로 검증 가능한 새로운 예측을 제시하는 것이 필요하다.
536